مقدمه  
در این تمرین، به تحلیل و پیاده‌سازی ماشین بردار پشتیبانی(SVM) در دو بخش پرداخته می‌شود.

در بخش اول، مدل SVM را در یک سناریوی ساده‌ی دوکلاسه با داده‌های دوبعدی بررسی می‌کنیم. هدف این بخش، مشاهده‌ی عملکرد مدل به‌صورت بصری و تحلیل تأثیر هایپرپارامترها و انواع کرنل‌ها بر روی مرزهای تصمیم‌گیری و تفکیک‌پذیری در فضای ویژگی است.

در بخش دوم، مدل SVM بر روی مجموعه‌داده‌ی واقعی MNIST پیاده‌سازی می‌شود تا برای دسته‌بندی تصاویر دست‌نوشته‌ی ارقام مورد استفاده قرار گیرد. این بخش امکان بررسی اثربخشیSVM در تحلیل داده‌های پیچیده‌تر و با ابعاد بالا را فراهم می‌آورد.

بخش اول  
در این بخش، سه مجموعه‌داده‌ی مختلف به شما داده شده است. در هر قسمت، موارد خواسته‌شده را انجام دهید و مرز تصمیم را با خط‌چین نمایش دهید.

الف) دیتاست تفکیک پذیر خطی:

* از SVM با کرنل خطی استفاده کنید. مقادیر مختلف C را تست کرده و تغییرات در مرزهای تصمیم SVM را بررسی کنید.
* پس از نمایش بردارهای پشتیبان، بررسی کنید که تغییر مقدار C چه تأثیری روی این بردارها دارد. (مقادیر C را به‌صورت مضرب ۱۰ تغییر دهید، مانند 0.1، 1، 10، ...).
* برای مقایسه، Logistic Regression را روی این داده‌ها اعمال کنید و نتایج آن را با SVM مقایسه کنید.

ب) دیتاست تفکیک‌ناپذیر خطی:

* ابتدا SVM با کرنل خطی را اجرا کنید.
* سپس از کرنل چندجمله‌ای استفاده کرده و مشاهده کنید که چگونه مرز تصمیم بهبود می‌یابد.
* در نهایت، کرنل گاوسی (RBF) را به کار ببرید تا مرزهای تصمیم‌گیری به‌طور کامل شکل بگیرند و کلاس‌ها به درستی از یکدیگر جدا شوند.

ج) پیدا کردن بهترین مدل:

* این دیتاست تفکیک ناپذیر خطی است که دارای یک مجموعه ولیدیشن نیز میباشد. مدلی بیابید که دقتش روی مجموعه ولیدیشن بالای 92% باشد.

بخش دوم

در این بخش، هدف استفاده از مدل ماشین بردار پشتیبانی (SVM) برای دسته‌بندی داده‌های واقعی موجود در مجموعه‌داده‌ی MNIST است.

مجموعه‌داده‌ی MNIST شامل تصاویر دست‌نوشته‌ی ارقام ۰ تا ۹ می‌باشد. در این بخش، عملکرد SVM را بر روی این داده‌ها بررسی کرده و تأثیر هایپرپارامترها و انتخاب کرنل مناسب را تحلیل خواهیم کرد.

**الف) مقدمه:**  
ابتدا مجموعه‌داده‌ی MNIST را دریافت کرده و آن را به دو بخش آموزشی و تستی تقسیم کنید.

سپس، با استفاده از تکنیک‌های کاهش ابعاد مانند PCA، داده‌ها را به فضای دوبعدی تبدیل کرده و به‌صورت بصری نمایش دهید. برای نمایش داده‌ها، می‌توانید تنها بخشی از نمونه‌ها را انتخاب کنید، اما باید از هر رقم (۰ تا ۹) تعداد یکسانی نمونه نمایش داده شود.

این مرحله به شما کمک می‌کند تا ساختار و توزیع داده‌های تصویری را در فضای دوبعدی بررسی کرده و درک بهتری از نحوه‌ی پراکندگی ارقام مختلف در مجموعه‌داده‌ی MNIST داشته باشید. برای تبدیل تصاویر به بردار ویژگی، می‌توانید پیکسل‌های هر تصویر را به‌صورت سطری یا ستونی در کنار یکدیگر قرار دهید.

**ب) SVM چند کلاسه:**

1. مدل SVM ذاتاً برای دسته‌بندی‌های دوکلاسه طراحی شده است. بنابراین، برای حل مسائل چندکلاسه (مانند مجموعه‌داده‌ی MNIST که شامل ۱۰ کلاس است)، نیاز به روش‌های خاصی داریم. در این بخش، دو روش متداول برای گسترش SVM به مسائل چندکلاسه، یعنی one-vs-one و one-vs-all مورد بررسی قرار می‌گیرد. درمورد این دور روش تحقیق کنید و روش کار هریک را توضیح دهید.
2. سپس با استفاده از SVM دوکلاسه، دسته بندی چندکلاسه با روش های بالا انجام دهید. استفاده از لایبرری های SVM چند کلاسه در این بخش امکان پذیر **نیست**.
3. در هنگام دسته بندی با روش one-vs-all، کلاس مورد بررسی (one)، تعداد کمتری داده نسبت به بقیه کلاس ها (all) دارد. با توجه به مسئله بهینه سازی SVM توضیح دهید این عدم توازن چه تاثیری بر عملکرد مدل می‌گذارد و چگونه میتوان این مورد را برطرف کرد.

**ج) روش crammer-singer:**

یکی دیگر از روش های معروف در حل مسئله ی چندکلاسه با استفاده از SVM، روش crammer-singer است. این روش یک رویکرد چندکلاسه مستقیم برای SVM است که به جای تبدیل مسئله به چندین مسئله دوکلاسه، به طور مستقیم به حل مسئله چندکلاسه می‌پردازد. در این روش، همه کلاس ها همزمان در یک مدل حضور دارند و هدف یافتن یک مجموعه مرزهای تصمیم‌گیری است که هر نمونه را به درستی به کلاس مربوطه تخصیص دهد. با استفاده از لایبرری این بخش را پیاده‌سازی کنید.

**برای قسمتهای ب و ج، هایپرپارامترهای مختلف را امتحان کنید و نتیجه را گزارش کنید**

**د) نمایش و معیار های ارزیابی:**

* ۱۰ نمونه‌ی تصادفی از مجموعه داده‌ی تستی انتخاب کرده و نمایش دهید.
* برای هر نمونه، لیبل واقعی و لیبل‌های پیش‌بینی‌شده توسط سه مدل برتر SVM را نشان دهید.
* مدل‌های انتخابی باید از قسمت‌های ب و ج باشند، یعنی مدل‌هایی که بهترین نتیجه را با تنظیمات بهینه‌ی کرنل و هایپرپارامترها داشته‌اند.
* برای ارزیابی مدل ها، از معیارهایی که در ادامه اشاره شده است، استفاده کنید. این معیارها به شما کمک میکنند تا دقت و کارایی مدل SVM خود را بهتر بسنجید. ابتدا توضیح مختصری در مورد هر یک از معیارها بیان کنید:
  + Accuracy
  + Confusion Matrix
  + F1-score
  + Precision
  + Recall